

Міністерство освіти та науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»  
кафедра біології та екології

**Методичні рекомендації**  
**до проведення практичних занять із**  
**МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ У БІОЛОГІЇ**

Заморока А.М., к.б.н., доц.

Івано-Франківськ

2016

## **Мета та завдання навчальної дисципліни**

**Мета:** Ознайомити студентів з методами математично-статистичної обробки дослідних даних, побудовою адекватних математичних моделей біологічних процесів, математичними способами доведення робочих гіпотез і тестування теорій; застосування отриманих навичок у практичній діяльності в процесах написання наукових робіт і публікацій.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

### **знати:**

- Принципи збору емпіричних даних, причини і математично-статистичні способи їх трансформації;
- Основні статистичні закони та їх математичну природу;
- Закони статистичного розподілу та їх емпіричні доведення;
- Способи та методи аналізу якісних і кількісних вибірок;
- Математичні способи виявлення першорядних і другорядних чинників, які впливають на досліджуваний об'єкт;
- Принципи групування та оцінювання відстаней між статистичними показниками;
- Способи ординування даних та їх інтерпретацію;
- Критерії оцінки нуль-гіпотез та робочих гіпотез;

### **вміти:**

- Здійснити дизайн дослідження та організувати правильний збір емпіричних даних;
- Побудувати робочу та нульову гіпотези і здійснити їх тестування;
- Систематизувати та підготувати емпіричні дані для математично-статистичного аналізу;
- Порівнювати й аналізувати кількісні та якісні вибірки, за основними статистичними критеріями;
- Виявляти залежності між масивами даних з використанням регресійного аналізу;
- Здійснювати дискримінаційний аналіз;
- Здійснювати кластерний аналіз;
- Здійснювати ординаційні аналізи;

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №1

**Тема:** Базові математичні операції із емпіричними біологічними даними.

**Мета:** Навчитися проводити теоретичні розрахунки і операції з масивами даних отриманих в результаті емпіричних біологічних досліджень.

**Завдання:**

1. Вивчити статистичні поняття середнього значення, середнього квадратичного відхилення, розмаху варіації та коефіцієнту варіації показників біологічних ознак;
2. Навчитись здійснювати практичні розрахунки на конкретних прикладах.

### 1. Терміни і визначення:

*Середнє значення показника* ( $\mu$ ) – це співвідношення суми усіх значень показників до кількості членів сукупності, яке визначається за формулою:

$$\mu = \frac{\sum X}{N}$$

Де  $\sum X$  – сума усіх значень показників,  $N$  – кількість членів сукупності.

*Середнє квадратичне відхилення* ( $\sigma$ ) – показник відхилення значень відносно середнього, яке розраховується за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \mu)^2}{N}}$$

*Варіація (розмах варіації) ознаки* ( $R$ ) – це різниця між максимальним і мінімальним значеннями показника, яка визначається за формулою:

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

Де  $X_{\max}$  – максимальний показник параметру,  $X_{\min}$  – мінімальний показник параметру;

Коефіцієнт варіації ( $V$ ) розраховується за формулою:

$$V = \frac{\sigma}{\mu} 100\%$$

### 2. Завдання:

**Завдання 1.1.** Вивчаючи структуру популяції занесеного до Червоної книги України Тритона карпатського, вчені отримали масив даних (див. табл. 1.1, додат. 1.1.), котрий відображає довжини тіла самок і самців цих земноводних. Допоможіть науковцям вирахувати середні значення та середні квадратичні відхилення розмірів тіла для популяції Тритона карпатського. Розрахуйте розмах варіації та коефіцієнт варіації довжини тіла для популяцій.

**Завдання 1.2.** У процесі розрахунків у завданні 1.1., Ви помітили, що довжина тіла у самок і самців дещо різняться, щоб скласти цілісну картину про розмірну характеристику популяції Тритона карпатського, аналогічно, розрахуйте показники, середньої довжини тіла, середнього квадратичного відхилення, розмаху та коефіцієнту варіації окремо для обох статей. Скажіть, будь ласка, на скільки відрізняється середня довжина тіла самців і самок, відповідь дайте у відсотках (%).

**Завдання 1.3.** Та ж група науковців, що й у завданні 1.1., паралельно із Тритоном карпатським, здійснила дослідження Тритона альпійського, який також занесений до Червоної книги України. Аналогічно, вони отримали масив

даних (див. табл.1.1, додат. 1.1.), що стосується довжини тіла цих земноводних. Розрахуйте середні значення та середні квадратичні відхилення, розмах варіації та коефіцієнт варіації розмірів тіла для популяції загалом та кожної зі статей Тритонів альпійських зокрема.

**Завдання 1.4.** Використовуючи масив даних табл. 1.1. у додатку 1.1., розрахуйте співвідношення статей у популяціях обох видів. Скажіть, будь ласка, на скільки вони подібні чи відмінні, відповідь дайте у відсотках (%).

**Завдання 1.5.** Орнітолог, вивчаючи накопичення жиру Синиці великої напередодні зими, пташиними тенетами відловив 25 особин цього птаха, 15 з яких були окільцьовані та зважені ним раніше, влітку, того ж року. Провівши повторне зважування, він отримав масив даних (табл. 1.2., додат. 1.1.) зміни маси цих птахів, що зумовлено накопиченням жиру. Розрахуйте скільки жиру накопичила кожна із пташок, середні значення та середні квадратичні відхилення, розмах варіації та коефіцієнт варіації маси накопиченого жиру для усіх птахів разом.

**Завдання 1.6.** Із таблиці 1.2. видно, що маса самців і самок відрізняється, також відрізняється кількість жиру накопичена ними восени. Використовуючи дані таблиці розрахуйте коефіцієнти та розмах варіації для обох статей влітку і восени.

### Додаток 1.1.

Таблиця 1.1. Результати досліджень тритонів у Карпатах

№	Довжина тіла, см	Кількість особин Тритона Карпатського		Кількість особин Тритона альпійського	
		самки	самці	самки	самці
1.	4,9	0	7	0	0
2.	5,1	0	16	0	0
3.	5,3	0	22	0	0
4.	5,6	0	18	0	0
5.	6,1	0	4	0	3
6.	6,3	3	0	0	0
7.	6,9	7	0	0	0
8.	7,4	15	0	1	5
9.	7,8	0	0	0	5
10.	7,9	0	0	0	12
11.	8,0	5	0	1	0
12.	8,1	0	0	0	8
13.	8,2	2	0	4	0
14.	8,6	0	0	0	6
15.	8,9	1	0	8	0
16.	9,2	0	0	0	4
17.	9,6	0	0	8	0
18.	9,9	0	0	18	0
19.	10,0	0	0	0	1
20.	10,4	0	0	7	0
21.	11,2	0	0	5	0
22.	12,1	0	0	2	0
<b>Всього:</b>		<b>33</b>	<b>67</b>	<b>54</b>	<b>44</b>

Таблиця 1.2. Результати досліджень накопичення жиру Синицею великою

№	Маса тіла самок, г		Маса тіла самців, г	
	літо	осінь	літо	осінь
1.	17,1	19,7	15,2	18,1
2.	16,9	20,1	17,1	18,9
3.	17,3	20,5	14,9	17,8
4.	17,1	19,9	16,0	18,0
5.	17,0	19,6	15,9	17,8
6.	18,0	20,9	15,8	19,0
7.	17,3	19,8	15,8	18,2

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №2

**Тема:** Математична обробка кількісних біологічних даних отриманих шляхом емпіричних вибірок.

**Мета:** Навчитися оцінку даних вибірки зроблених із популяцій тварин.

**Завдання:**

1. Вивчити основні статистичні поняття зв'язаними із вибіркою показників ознак у популяціях тварин;
2. Навчитись здійснювати практичні розрахунки на конкретних прикладах.

### 1. Терміни і визначення.

У зв'язку із тим, що здійснити дослідження усіх тварин у популяції, на практиці, вдається рідко, а здебільшого в цьому немає потреби, то для оцінювання стану популяції здійснюють відбір групи особин, які у меншій чи більшій мірі відображають реальний стан речей у популяції. Ця група особин називається **вибіркою**.

*Середнє вибіркове значення показника* ( $\bar{X}$ ) – це співвідношення суми усіх значень показників у вибірці до кількості особин у вибірці, яке визначається за формулою:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n};$$

Де  $\sum X$  – сума усіх значень показників,  $n$  – кількість членів сукупності.

*Вибіркове стандартне відхилення* ( $s$ ) – показник відхилення значень відносно середнього, яке розраховується за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}};$$

*Варіація (розмах варіації) ознаки у вибірці* ( $R$ ) – це різниця між максимальним і мінімальним значеннями показника, яка визначається за формулою:

$$R = X_{max} - X_{min}$$

Де  $X_{max}$  – максимальний показник параметру,  $X_{min}$  – мінімальний показник параметру;

*Коефіцієнт варіації у вибірці* ( $V$ ) розраховується за формулою:

$$V = \frac{s}{\bar{X}} 100\%;$$

*Стандартна похибка вибірки* – це міра точності, з якою середнє вибіркове значення ( $\bar{X}$ ) є оцінкою середнього значення ( $\mu$ ) для популяцій.

$$S_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}};$$

### 2. Практичні завдання.

**Завдання 2.1.** Навесні фермер запустив у ставок 100 мальків коропа. Через три місяці, інженер фермерського господарства, готуючи кварталний звіт, повинен був вказати чи досягла риба товарного вигляду і яка її загальна маса наявна у ставку. З цією метою, робітники тенетами виловили 10 коропів, яких ретельно зважили, дані занесли в таблицю (див. додаток 2.1., табл. 2.1. (1), а рибу повернули у став. Допоможіть інженеру розрахувати середню масу усієї риби у ставку.

**Завдання 2.2.** Фермер, ознайомившись зі звітом інженера (див. завдання 2.1.), наказав йому порахувати стандартну вибірку похибку за отриманими даними (див. додаток 2.1., табл. 2.1. (забір 1), а згодом, уточнити масу риби у ставку. Інженер наказав робітникам провести повторний забір і зважування уже 25-ти коропів (див. додаток 2.1., табл. 2.1. (забір 2). За цими даними він наново розрахував масу риби у ставі та стандартну вибірку похибку. У якому випадку результати були точніші і чому?

**Завдання 2.3.** Гідробіолог, оцінюючи кормову базу природного озера 100 м<sup>2</sup>, встановив, що товщина донного мулу становить 6 см. Гідрологічним черпаком, об'ємом 1 дм<sup>3</sup>, він провів серію проб донного мулу, де полічив мотиля – личинок комра-дзвінця. Дані заніс у таблицю (див. додаток 2.1., табл. 2.2.). Розрахуйте, скільки мотиля проживає в озері.

**Завдання 2.4.** Із завдання 1.5. (Практичне заняття №1), користуючись даними вибірки із 10-ти Сниць великих, розрахуйте середнє накопичення жиру птахами для усіх 25-ти особин спійманих орнітологом. Яка стандартна похибка вибірки?

**Завдання 2.5.** Ентомолог, на луках у долині невеликого потоку, вивчав популяцію рідкісного метелика Вітрильника Аполлона (*Parnassius apollo* L.). Він вибрав 10 пробних ділянок площею 100 м<sup>2</sup>, віддалених одна від іншої на 100 м. на кожній із ділянок, він відловлював метеликів, здійснював проміри, наносив на них номер, відпускав, а дані записував у анкету. На першій ділянці він упіймав 3 метелики, на другій – 1, третій – 1, четвертій – 0, п'ятій – 0, шостій – 1, сьомій – 4, восьмій – 1, дев'ятій – 2, десятій – 0. Порахуйте середню чисельність популяції метелика на площі 1 га, якою є стандартна похибка вибірки?

#### Додаток 2.1.

**Таблиця 2.1.** Результати досліджень маси коропів у ставі

№	Маса кожної з особин, кг	
	Забір 1.	Забір 2.
1.	0,55	0,48
2.	0,51	0,52
3.	0,49	0,56
4.	0,6	0,56
5.	0,59	0,51
6.	0,54	0,55
7.	0,5	0,54
8.	0,57	0,54
9.	0,54	0,55

10.	0,62	0,56
11.	-	0,61
12.	-	0,58
13.	-	0,56
14.	-	0,52
15.	-	0,54
16.	-	0,57
17.	-	0,56
18.	-	0,55
19.	-	0,59
20.	-	0,54
21.	-	0,55
22.	-	0,55
23.	-	0,56
24.	-	0,53
25.	-	0,57

**Таблиця 2.2.** Результати досліджень личинок мотиля в озері

№ проби	Чисельність мотиля на пробу, екз./дм <sup>3</sup>									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість екземплярів	157	233	168	129	213	289	271	268	181	211



### ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №3

**Тема:** Математична обробка якісних біологічних даних отриманих шляхом емпіричних вибірок.

**Мета:** Освоїти математичний апарат аналізу даних вибірок за якісними ознаками.

**Завдання:**

1. Вивчити основні статистичні поняття зв'язані з аналізом даних вибірок за якісними ознаками;
2. Навчитись здійснювати практичні розрахунки на конкретних прикладах.

#### 1. Терміни і визначення.

На відміну від параметричних ознак, які можна виміряти за допомогою приладів і виразити у метричних одиницях (маса, довжина, об'єм та ін.), при вивченні тваринних популяцій дуже часто виникає необхідність здійснити аналіз непараметричних або якісних параметрів (колір, наявність чи відсутність певної ознаки тощо). Ці ознаки не зв'язані між собою жодними арифметичними співвідношеннями, тому їх упорядкування є неможливим. Проте, їх можна виразити у кількості особин, які володіють однією й тією ж ознакою та співвідношенням між собою особин з різними ознаками в межах вибірки та популяції загалом. Існує також спосіб оцінки точності такого співвідношення здійсненого за результатами вибірки і його відношення до усїєї популяції.

*Середнє вибіркове значення для якісних показників ( $\mu$ )* – це співвідношення кількості особин з певною ознакою (M) до кількості особин у вибірці (N), яке визначається за формулою:

$$\mu = \frac{M}{N} = p;$$

*Дана формула справедлива лише при аналізі вибірки лише за двома альтернативними ознаками, які можуть набувати значень або "1" (наявна), або "0" (відсутня).*

За наявності більше двох класів середнє значення розраховується за формулою:

$$\mu = \frac{n_1(1 - (X_2 + X_3)) + n_2(1 - (X_1 + X_3)) + n_3(1 - (X_1 + X_2))}{N};$$

де  $n_1$ ;  $n_2$ ;  $n_3$  – кількість особин кожного класу ознаки у вибірці,  $X_1$ ;  $X_2$ ;  $X_3$  – частка кожного класу ознаки у вибірці, N – чисельність вибірки.

*Вибіркове стандартне відхилення для якісних показників (S)* – показник відхилення значень відносно середнього вибіркового для якісних показників, яке розраховується за формулою:

$$S = \sqrt{p(1 - p)};$$

*Дана формула справедлива при аналізі вибірки лише за двома альтернативними ознаками.*

За наявності більше двох класів середнє значення розраховується за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{n_1(((1 - (X_2 + X_3)) - \mu)^2) + n_2(((1 - (X_1 + X_3)) - \mu)^2) + n_3(((1 - (X_1 + X_2)) - \mu)^2)}{N}};$$

де  $n_1; n_2; n_3$  – кількість особин кожного класу ознаки у вибірці,  $X_1; X_2; X_3$  – частка кожного класу ознаки у вибірці,  $\mu$  – середнє значення для якісних показників,  $N$  – чисельність вибірки.

*Стандартна похибка вибірки для якісних показників ( $S_{\bar{x}}$ )* – це міра точності, з якою середнє вибіркоче значення ( $\bar{X}$ ) є оцінкою середнього значення ( $\mu$ ) для популяції.

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{N}}$$

## 2. Практичні завдання.

**Завдання 3.1.** Теріолог – вчений, що вивчає ссавців, – живоловками відловив 40 особин хом'яка, 30% з яких виявились меланістами (мають чорне забарвлення хутра). Оцініть точність співвідношення звичайної і меланістичної форм хом'яка у вибірці і його відношення до популяції загалом.

**Завдання 3.2.** На фермі з розведення екзотичних птахів робітники випадковим чином відловили 25 хвилястих папужок, з яких 6 виявились зеленими, 15 – блакитними та 4 – жовтими. Яке співвідношення кольорових аберацій папужок хвилястих у вибірці? З якою точністю воно відповідає співвідношенню усіх папуг на фермі?

**Завдання 3.3.** У завданні 2.1. інженер наказав робітникам провести повторний забір 25-ти коропів, з яких 5 виявились дикого типу, решта – малолускаті ("дзеркальні"). Яке співвідношення двох форм коропа у ставку? Яка похибка вибірки?

**Завдання 3.4.** Вивчаючи популяцію Вусачика жовтого на Розточчі, ентомолог зробив вибірку цих комах чисельністю 20 особин, і виявив низку кольорових аберацій за забарвленням кутикули голови і передньогрудей у цього виду. Звівши дані у таблиці, він виокремив три класи аберацій: руді – 12 особин, бурі – 6 особин та чорні – 2 особини. Розрахуйте похибку у дослідженні ентомолога. Чи достатньою є вибірка з 20 особин?

**Завдання 3.5.** У завданні 2.5. ентомолог, на луках у долині невеликого потоку, вивчав популяцію рідкісного метелика Вітрильника Аполлона (*Parnassius apollo* L.). Він облікував 13 метеликів, з яких 7 виявились самцями. Яка похибка результатів дослідження.

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4

**Тема:** Математична обробка кількісних біологічних даних пов'язаних із народжуваністю і смертністю у популяціях.

**Мета:** Навчитись обчислювати народжуваність і смертність у тваринних популяціях.

**Завдання:**

1. Вивчити основні математичні поняття зв'язані з народжуваністю та смертністю у популяціях;
2. Навчитись здійснювати практичні розрахунки на конкретних прикладах.

### 1. Терміни і визначення.

*Народжуваність і смертність в популяції* – це кількість особин, які народились чи померли за одиницю часу.

Швидкість росту/скорочення популяції – це кількість особин, на яку збільшилась/зменшилась популяція ( $\Delta N$ ) за одиницю часу ( $\Delta t$ ):

$$\Delta N/\Delta t;$$

$$\Delta N = N_2 - N_1;$$

$$\Delta t = t_2 - t_1;$$

де  $N_1$  – вихідне (початкове) значення чисельності (кількість особин),  $N_2$  – кінцеве значення чисельності;  $t_1$  – початковий момент часу,  $t_2$  – кінцевий момент часу.

Народжуваність/смертність у популяції у перерахунку на одну особину визначається за формулою:

$$\Delta N/N\Delta t;$$

де  $N=N_1$  – кількість особин у популяції у початковий момент часу.

## 2. Практичні завдання.

**Завдання 3.1.** Популяція Інфузорії туфельки, що налічує 50 особин, зростає. Ми знаємо, що вони розмножуються прямим поділом клітини навпіл. Через одну годину чисельність популяції зростає до 150 особин. Визначте швидкість росту популяції.

**Завдання 3.2.** Популяція кролів вимирає. Впродовж місяця кількість кролів у популяції скоротилась на 35% і склала 46 особин. Розрахуйте швидкість вимирання популяції.

**Завдання 3.3.** Мисливствознавці встановили, що навесні на площі 20 км<sup>2</sup> тайги проживало 8 особин соболів, з яких 4 самки. Щорічно, кожна самка народжує 3 дитинчати, а смертність у популяції на кінець року становить 10%. Розрахуйте чисельність популяції соболів наприкінці року.

**Завдання 3.4.** На території досліджень у Карпатах вчені налічили 8560 особин куниці, а потенційна чисельність на даній території повинна складати 100 тис. Річна норма відстрілу становить 20%. Розрахуйте скільки особин куниці повинно бути відстріляно при наявній чисельності. За даними мисливствознавців, щорічно здобувають 2500 особин куниці, чи зможе вижити популяція при таких темпах відстрілу?

**Завдання 3.5.** Самка кабана щороку народжує, в середньому, 6 поросят, а самка лося – 1 теля. Чому при однакових чисельностях популяцій кабана та лося – 35 особин, з популяції першого виду, без загрози спричинити її вимирання, можна вилучити 30% особин, а у лося лише 15%? Співвідношення статей у популяціях кожного з видів становить 1:1, припустімо, що смертність впродовж досліджуваного нами року відсутня.

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5

**Тема:** Математична обробка кількісних біологічних даних пов'язаних зі щільністю населення у популяції.

**Мета:** Навчитись розраховувати щільність населення у популяціях.

**Завдання:**

1. Вивчити основні математичні поняття зв'язані зі щільністю населення у популяціях;
2. Навчитись здійснювати практичні розрахунки на конкретних прикладах.

### 1. Терміни і визначення.

*Щільність (населення) популяції* – це кількість особин, що припадає на одиницю площі. Щільність можна виражати за допомогою показника кількості особин, або показника біомаси на одиницю площі чи об'єму. Розрізняють *середню щільність популяції* – співвідношення кількості особин та площі всієї досліджуваної території, та *специфічну (екологічну) щільність популяції* – співвідношення кількості особин та площі території, яку займає популяція. Для розуміння динаміки популяції використовують показник *відносної чисельності популяції (%)* – це співвідношення кількості особин у даний момент до певного показника чисельності в минулому, з яким проводиться порівняння.

Щільність популяції визначається за формулою:

$$D = \frac{N}{S};$$

де D – показник щільності популяції (особ./км<sup>2</sup>), N – кількість (чисельність) особин у популяції; S – площа, яку займає популяція.

Однак, у природі дуже важко встановити абсолютну чисельність популяції, а відповідно і її щільність, тому часто використовують наближені розрахунки:

$$D_i = \frac{n_i}{2h_iL};$$

де D<sub>i</sub> – наближений показник щільності популяції, n<sub>i</sub> – кількість виявлених особин у популяції; h<sub>i</sub> – відстань від дослідника до зареєстрованої особини (метри або кілометри); L – довжина облікового маршруту.

Проте, розподіл особин при обліках у популяції наближається до Пуассонівського розподілу, тому для точності оцінки щільності населення популяції використовують формулу окремого перерахунку:

$$D_i = \frac{kn}{L};$$
$$k = \frac{1}{2h};$$

де k – коефіцієнт, що вказує на скільки є меншою площа облікової смуги від 1 км<sup>2</sup>; h – максимальна ширина смуги обліку.

Для визначення щільності популяції тварин за їх слідами використовується формула відносної щільності:

$$y = 10n/L;$$

де y – відносний показник щільності (особ./км<sup>2</sup>); n – кількість виявлених слідів; L – довжина облікового маршруту.

Наближено-точний облік щільності населення тварин у популяції

$$S = n / (Ld);$$

де  $S$  – кількість особин на  $\text{км}^2$ ;  $n$  – кількість ліній зі слідами тварини;  $L$  – довжина облікового маршруту;  $d$  – середня відстань, яку тварина долає за добу.

Корегування наближено-точного визначення щільності населення популяції тварин здійснюють за формулою:

$$S = \pi n / (2Ld); \pi = 3,14.$$

## 2. Практичні завдання.

**Завдання 5.1.** На маршруті довжиною 5 км і шириною 0,05 км орнітолог облікував 9 строкатих дятлів. Розрахуйте наближений показник щільності популяції цього виду. Уточніть розрахунок щільності населення популяції строкатого дятла.

**Завдання 5.2.** У мисливському господарстві площею 40 тис. га мешкає 500 лосів. Нормою є 5 особин на 1000 га. Розрахуйте фактичну щільність популяції лосів у мисливському господарстві. Дайте оцінку стану популяції лосів – на скільки вона відхиляється від норми?

**Завдання 5.3.** У лісі теріологи здійснювали облік зайців – вони розставили живоловні пастки й відловили 50 тварин. Після мічення, зайців випустили, і повторили відлов, упіймавши 70 тварин. З них 20 були уже із мітками. Розрахуйте чисельність зайців у лісі. Яка щільність тварин на одиницю площі, якщо ліс займає площу 13  $\text{км}^2$ ?

**Завдання 5.4.** Мірміколог вивчав розподіл мурашників на полі, що заростає, яке не орали впродовж останніх 5-ти років. Він проклав три смуги шириною 10 м і довжиною 100 м. На першій смузі вченим було налічено 213 колоній мурах, на другій – 191, на третій – 236. Розрахуйте щільність заселення поля колоніями мурах. Яка біомаса мурах на 1  $\text{м}^2$  поля, якщо середня чисельність колонії 3,5 тис. особин, а маса однієї мурахи становить 0,05 г?

**Завдання 5.5.** Єгер мисливського господарства здійснив облік куниці за її слідами на свіжому снігу. З цією метою він здолав маршрут 16 км, на якому перетнув 26 ліній слідів тварини. Розрахуйте наближено-точну щільність популяції куниці у лісі, якщо відомо, що в середньому тварина долає 5 км в день.

**Завдання 5.6.** На відтинку 9 км теріолог національного парку облікував 6 ліній слідів лисиці. Середня відстань, яку лисиця долає за день становить 10 км. Якими є відносна та наближено-точна чисельності лисиці на одиницю площі у національному парку? Здійсніть корегування розрахунків.

**Завдання 5.7.** Лепідоптеролог здійснив облік (табл. 5.1.) чотирьох найбільш чисельних видів метеликів у заповіднику. Розміри прокладених ним трансект – 100X4 м. Розрахуйте щільність кожного виду метеликів та усіх видів разом на площі 1 га. Розрахуйте стандартну похибку для кожного із випадків.

**Таблиця 5.1.** Облікована чисельність метеликів у заповіднику.

№	Вид	Кількість екземплярів		
		трансекта №1	трансекта №2	трансекта №3
1.	<i>Vanessa cardui</i>	27	34	25
2.	<i>Maniola jurtina</i>	26	29	26

3.	<i>Inachis io</i>	15	10	16
4.	<i>Pieris rapae</i>	11	12	7

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6

**Тема:** Оцінка відстаней між даними і кластерний аналіз.

**Мета:** Навчитись здійснювати оцінку відстаней між даними і конструювати дендрограми.

**Завдання:**

1. Вивчити основні статистичні поняття пов'язані із методами оцінки відстаней між даними;
2. Навчитись конструювати та інтерпретувати дендрограми на конкретних прикладах.

### 1. Терміни і визначення.

*Цілі кластерного аналізу:* 1) знаходження та групування у кластери подібних об'єктів; 2) ілюстрація ступеня спорідненості дослідних даних.

*Етапи кластерного аналізу:* 1) збір емпіричних даних для кластеризації; 2) визначення множини характеристик, за якими буде здійснено оцінку дослідних об'єктів; 3) трансформація емпіричних даних шляхом побудови матриці подібностей/відмінностей; 4) вибір методу кластеризації; 5) перевірка достовірності кластеризації.

*Деякі методи кластерування:*

Метод найближчого сусіда (одиначний зв'язок) – відстань між двома кластерами визначається відстанню між двома найбільш близькими об'єктами в різних кластерах;

Метод найвіддаленіших сусідів (повний зв'язок) – відстані між кластерами визначаються найбільшою відстанню між будь-якими двома об'єктами в різних кластерах;

Незважене парне середнє – відстань між двома різними кластерами обчислюється як середня відстань між усіма парами об'єктів в них;

Зважене парне середнє – метод ідентичний методу незваженого парного середнього, за винятком того, що при обчисленнях розмір відповідних кластерів (тобто число об'єктів, що містяться в них) використовується як ваговий коефіцієнт;

Незважений центроїд – відстань між двома кластерами визначається як відстань між їх центрами тяжіння;

Метод Варда – використовує методи дисперсійного аналізу для оцінки відстаней між кластерами.

*Відстані між кластерами.*

Евклідова відстань – геометрична відстань у багатовимірному просторі.

Квадрат евклідової відстані – надає більшої ваги значно віддаленим один від одного об'єктам.

Манхетенська відстань – аналог Евклідової відстані, середнє різниць координат.

Відстань Чебишева – застосовується для визначення двох об'єктів як "різні", якщо вони різняться за будь-яким одним параметром.

Ступенева відстань – прогресивно збільшує чи зменшує вагу розмірності, за якою відповідні об'єкти сильно відрізняються.

Покрокове виконання кластерного аналізу із використанням менеджерів електронних таблиць та пакету прикладного програмного забезпечення Statistica 6.0.

**Крок 1.** Упорядкування даних емпіричних досліджень з використанням менеджера електронних таблиць, наприклад, пакету MS Excel 2016.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1		Oak-hornbeam-1	Oak-hornbeam-1	Oak-hornbeam-1	Steppe meadow	Steppe meadow	Steppe meadow	Steppe meadow	Hornbeam-beech	Hornbeam-beech	Hornbeam-beech	Oak-beech-fir fo	Willow forests, F	Willow forests, S	Willow forests, Z	Garden, Deliev	Garden, Bovshv	Garden, Medymy	Garden, Halych		
2		<i>Prionus coriarius</i>	6	3	9	1	0	0	0	15	11	12	7	2	1	3	0	0	0		
3		<i>Rhagium inquisitor</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	15	0	0	0	0	0	0		
4		<i>Rhagium mordax</i>	17	11	12	0	0	0	0	20	18	16	11	5	2	8	0	0	1	1	
5		<i>Dinoptera collaris</i>	48	51	69	17	2	6	4	72	68	81	69	24	19	23	8	5	15	12	
6		<i>Pidonia lurida</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	2	4	13	0	0	0	0	0	0		
7		<i>Nivellia sanguinosa</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0		
8		<i>Grammoptera ruficornis</i>	23	11	12	2	0	0	1	23	31	29	36	8	11	4	6	7	17	22	
9		<i>Allosterna tabacicolor</i>	137	123	161	12	1	3	5	172	191	201	173	58	32	49	14	18	34	29	
10		<i>Judolia cerambyciformis</i>	13	18	16	1	0	0	0	23	26	19	45	2	1	0	1	1	2	1	
11		<i>Stenurella melanura</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0		
12		<i>Stenurella sennii</i>	49	11	65	1	0	0	1	145	158	145	245	21	7	13	4	2	15	10	
13		<i>Stenurella nigra</i>	3	1	1	6	1	4	2	5	4	3	5	2	1	1	1	0	1	1	
14		<i>Leptura quadrifasciata</i>	0	0	0	0	0	0	0	15	23	21	41	20	15	9	0	0	0		
15		<i>Leptura annularis</i>	7	18	26	0	0	0	0	32	25	38	59	5	8	1	0	0	0		
16		<i>Leptura aethiops</i>	4	2	6	0	0	0	0	4	3	1	3	1	1	0	0	0	0		
17		<i>Leptura maculata</i>	37	41	29	2	0	0	0	35	20	14	23	15	12	18	0	0	0		
18		<i>Strangalia attenuata</i>	24	18	24	3	0	0	2	15	20	35	26	6	2	8	0	0	3	1	
19		<i>Corymbia rubra</i>	1	0	0	0	0	0	0	5	1	1	56	0	0	0	0	0	0		
20		<i>Corymbia scutellata</i>	1	2	1	0	0	0	0	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0		
21		<i>Anastrangalia sanguinolenta</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4	0	0	0	0	0	0		
22		<i>Anastrangalia dubia</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	0	0	0	0	0	0		
23		<i>Anoplodera sexguttata</i>	2	4	1	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0		

**Крок 2.** Складання матриці подібностей з використанням менеджера електронних таблиць, наприклад, пакету MS Excel 2016.

Подібність видових комплексів у різних вибірках розраховують за індексом подібності Жаккара:

$$K = (C / ((A + B) - C)) \times 100;$$

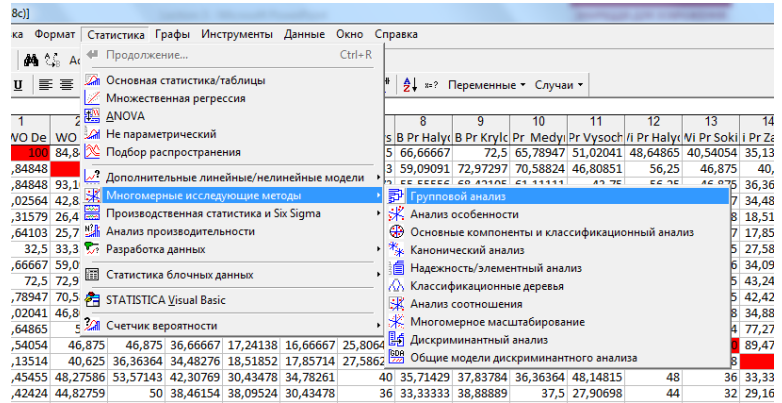
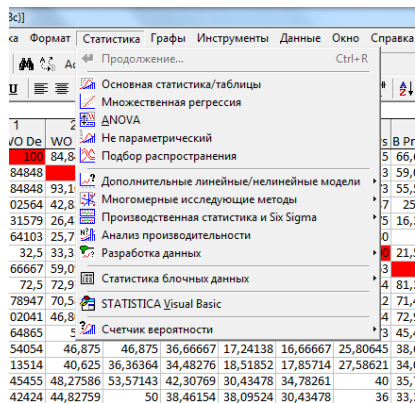
Де С – кількість спільних видів для двох вибірок; А – кількість видів в одній вибірці; В – кількість видів в іншій вибірці. Індекс набуває значення від 0% до 100%, де 0-33,3% – це угруповання з низьким рівнем подібності, 33,4-66,6% – середній рівень подібності, 66,7-100% – високий рівень подібності

**Крок 3.** Завантаження матриці подібностей у прикладну статистичну програму Statistica 6.0.

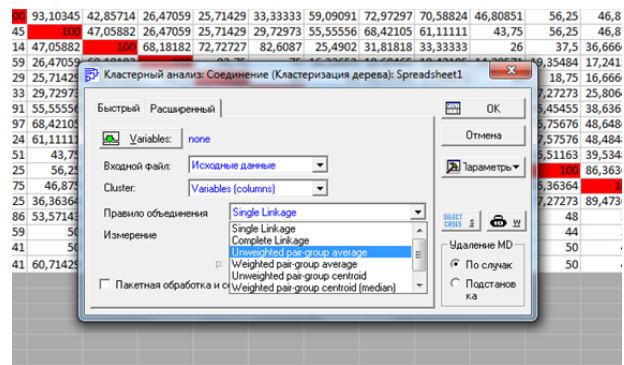
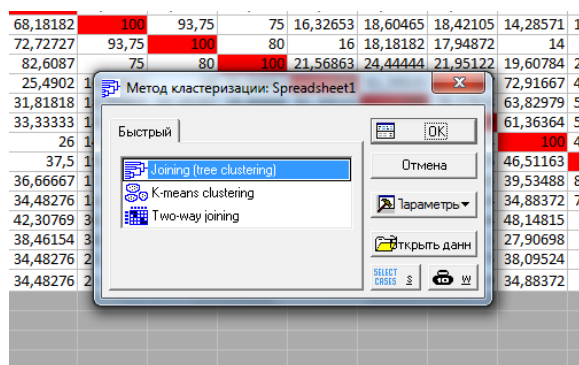


	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
OHB WO Deliv	100	84,84848	84,84848	41,02564	26,31579	25,64103	32,5	66,66667	72,5	65,78947	51,02041	48,64865	40,54054	35,13514	45,45455	42,42424	47,05882	21,95122
OHB WO Vodnyky	84,84848	100	93,10345	42,85714	26,47059	25,71429	33,33333	59,09091	72,97297	70,58824	46,80851	56,25	46,875	40,625	48,27586	44,82759	55,17241	55,17241
OHB WO Medukha	84,84848	93,10345	100	47,05882	26,47059	25,71429	29,72973	55,55556	68,42105	61,11111	43,75	56,25	46,875	36,36364	53,57143	50	50	60,71429
Sp WO Mezhrtsi	41,02564	42,85714	47,05882	100	68,18182	72,72727	82,6087	25,4902	31,81818	33,33333	26	37,5	36,66667	34,48276	42,30769	38,46154	34,48276	34,48276
Sp WO Tustan	26,31579	26,47059	26,47059	68,18182	100	93,75	75	16,32653	18,60465	18,42105	14,28571	19,35484	17,24138	18,51852	30,43478	38,09524	23,07692	23,07692
Sp WO Podilya	25,64103	25,71429	25,71429	72,72727	93,75	100	80	16	18,18182	17,94872	14	18,75	16,66667	17,85714	34,78261	30,43478	22,22222	22,22222
Sp WO Bovshiv	32,5	33,33333	29,72973	82,6087	75	80	100	21,56863	24,44444	21,95122	19,60784	27,27273	25,80645	27,58621	40	36	32,14286	32,14286
HB Pr Halych	66,66667	59,09091	55,55556	25,4902	16,32653	16	21,56863	100	81,39535	71,42857	72,91667	45,45455	38,63636	34,09091	35,71429	33,33333	40,47619	40,47619
HB Pr Krylos	72,5	72,97297	68,42105	31,81818	18,60465	18,18182	24,44444	81,39535	100	78,37838	63,82979	56,75766	48,64865	43,24324	37,83784	38,88889	47,22222	47,22222
HB Pr Medynya	65,78947	70,58824	61,11111	33,33333	18,42105	17,94872	21,95122	71,42857	78,37838	100	61,36364	57,57576	48,48485	42,42424	36,36364	37,5	46,875	51,62129
<b>OBF Pr Vysochanka</b>	51,02041	46,80851	43,75	26	14,28571	14	19,60784	72,91667	63,82979	61,36364	100	46,51163	39,53488	34,88372	48,14815	27,90698	38,09524	34,88372
WI Pr Halych	48,64865	56,25	56,25	37,5	19,35484	18,75	27,27273	57,57576	57,57576	46,51163	86,36364	77,27273	89,47368	89,47368	36	44	50	50
WI Pr Sokil	40,54054	46,875	46,875	36,66667	17,24138	16,66667	25,80645	38,63636	48,64865	48,48485	39,53488	86,36364	100	89,47368	36	32	44	44
WI Pr Zaluka	35,13514	40,625	36,36364	34,48276	18,51852	17,85714	27,58621	34,09091	43,24324	42,42424	34,88372	77,27273	89,47368	100	33,33333	29,16667	36	41,66667
Gr WO Deliv	45,45455	48,27586	53,57143	42,30769	30,43478	34,78261	40	35,71429	37,83784	36,36364	48,14815	48	36	33,33333	100	93,33333	60	68,42105
Gr WO Bovshiv	42,42424	44,82759	50	38,46154	38,09524	30,43478	36	33,33333	38,88889	37,5	27,90698	44	32	29,16667	93,33333	100	55	63,15789
Gr Pr Medynya	47,05882	55,17241	50	34,48276	23,07692	22,22222	32,14286	40,47619	47,22222	46,875	38,09524	50	44	36	60	55	100	78,94737
Gr Pr Halych	21,95122	55,17241	60,71429	34,48276	23,07692	22,22222	32,14286	40,47619	47,22222	51,6129	34,88372	50	44	41,66667	68,42105	63,15789	78,94737	100

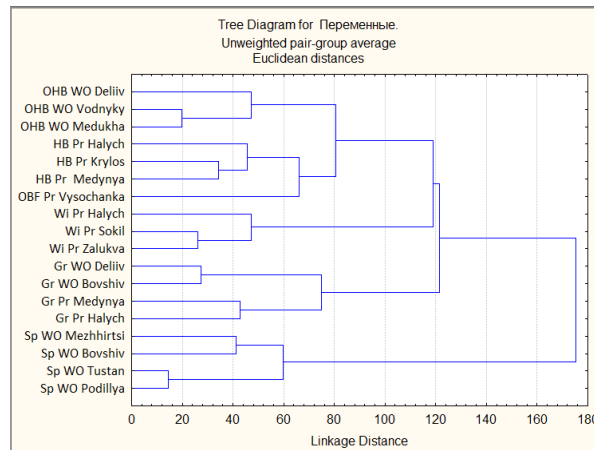
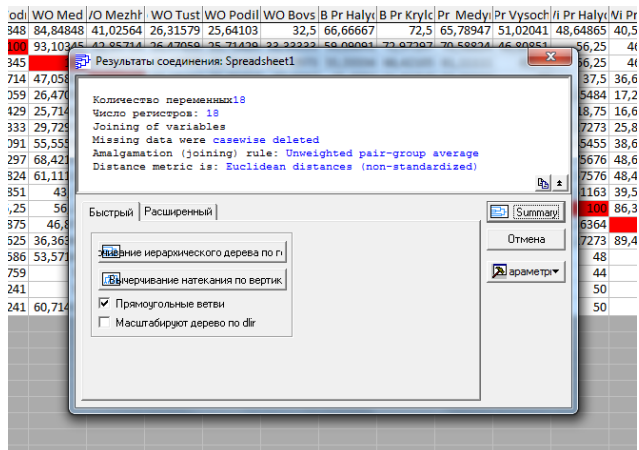
**Крок 4.** У контекстному меню Statistica 6.0. обираємо розділ "Статистика", із випадного меню – "Багатовимірні методи дослідження", і нарешті – "Груповий аналіз".



**Крок 5.** У діалоговому вікні вибираємо пункт меню "Joining (tree clustering)", а у наступному вікні – правило групування, наприклад, "незважене парне групове середнє" ("Unweighted pair-group average") і натискаємо "OK".



**Крок 6.** У новому діалоговому вікні, що з'явилося, відображаються результати кластерування (зв'язування). Щоб відобразити дендрограму, натискаємо "summary".



## 2. Практичні завдання.

**Завдання 6.1.** У ході досліджень ґрунтової мезофауни, дослідник заклав 15 дослідних ділянок у різних типах лучних екосистем і отримав пул даних, які звів у таблицю (табл. 6.1.). Розрахуйте коефіцієнт подібності угруповань ґрунтової мезофауни у різних лучних екосистемах. Які із дослідних ділянок є найбільш подібні між собою, а які – найменш? Візуалізуйте результати розрахунків у вигляді дендрограми.

### Таблиця 6.1.

Щільність населення масових представників зообіоти (екз./доба на м<sup>2</sup>) на дослідних ділянках

Вид	Ділянка 1	Ділянка 2	Ділянка 3	Ділянка 4	Ділянка 5	Ділянка 6	Ділянка 7	Ділянка 8	Ділянка 9	Ділянка 10	Ділянка 11	Ділянка 12	Ділянка 13	Ділянка 14	Ділянка 15
<i>Abax carinatus</i>			4,4	22					8,8				39,6	52,5	4,4
<i>Abax parallelepipedus</i>	4,4			26,4					4,4				4,4	21,9	
<i>Abax parallelus</i>		4,4		21,9					8,8				13,1	13,1	
<i>Abax schueppeli</i>				13,1									4,4	43,6	
<i>Acalles camelus</i>													8,8		
<i>Agrilus angustulus</i>				27,6											
<i>Agriotes acuminatus</i>								17,4				13,1			
<i>Agriotes lineatus</i>		8,8	4,3												
<i>Agriotes sputator</i>	4,4	4,4	8,8				26,5	13,3				8,8	4,4		4,4
<i>Agriotes pilosellus</i>				8,8	4,4				17,6		13,1		21,9	212,2	
<i>Alophus triguttatus</i>	154	184,7	184,7	13,2	40,8	61,7		8,7	4,4			4,4	8,8	70,6	
<i>Amara aenea</i>			13,2	4,4	13,3	4,4					8,8	4,4		48,5	
<i>Amara famelica</i>		4,4	8,8	4,4			4,4		13,2	8,8	4,4		26,5	30,9	4,4
<i>Amara familiaris</i>	4,4	8,8	4,4	4,4					8,8	8,8			17,7	17,7	4,4

<i>Amara littorea</i>					8,8											
<i>Amphicyllis globus</i>					8,8											
<i>Anisodactylus binotatus</i>	13,1				4,4											
<i>Anthobium atrocephalum</i>	8,8		13,2	13,3					4,4							
<i>Aphodius prodromus</i>				4,4							8,8					
<i>Apocatops nigrita</i>					8,8				8,8				4,4	4,3		

**Завдання 6.2.** Геоботанік здійснив 7 описів рослинності на степових луках. Відомості про домінантні види він звів у таблицю (табл. 6.2.). визначте рівень подібності цих фітоценозів. Побудуйте дендрограму подібностей фітоценозів.

**Таблиця 6.2.** Розподіл домінантних видів рослин на степових луках.

ВИД	Лука 1	Лука 2	Лука 3	Лука 4	Лука 5	Лука 6	Лука 7
<i>Brachypodium pinnatum</i>	+	+	+				+
<i>Festuca valesiaca</i>		+	+	+	+		
<i>Elytrigia intermedia</i>	+	+					+
<i>Anthericum ramosum</i>			+	+	+	+	+
<i>Prunella grandiflora</i>	+	+	+				+
<i>Linum flavum</i>	+	+					
<i>Chamaecytisus blockianus</i>	+	+	+	+			
<i>Pyrethrum corymbosum</i>	+						
<i>Inula ensifolia</i>			+	+	+		+
<i>Carex humilis</i>			+	+	+	+	
<i>Artemisia austriaca</i>					+	+	
<i>Stipa capillata</i>			+	+	+	+	

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №7

**Тема:** Ординування даних. Канонічний аналіз

**Мета:** Навчитись здійснювати канонічний аналіз та будувати ординаційні діаграми.

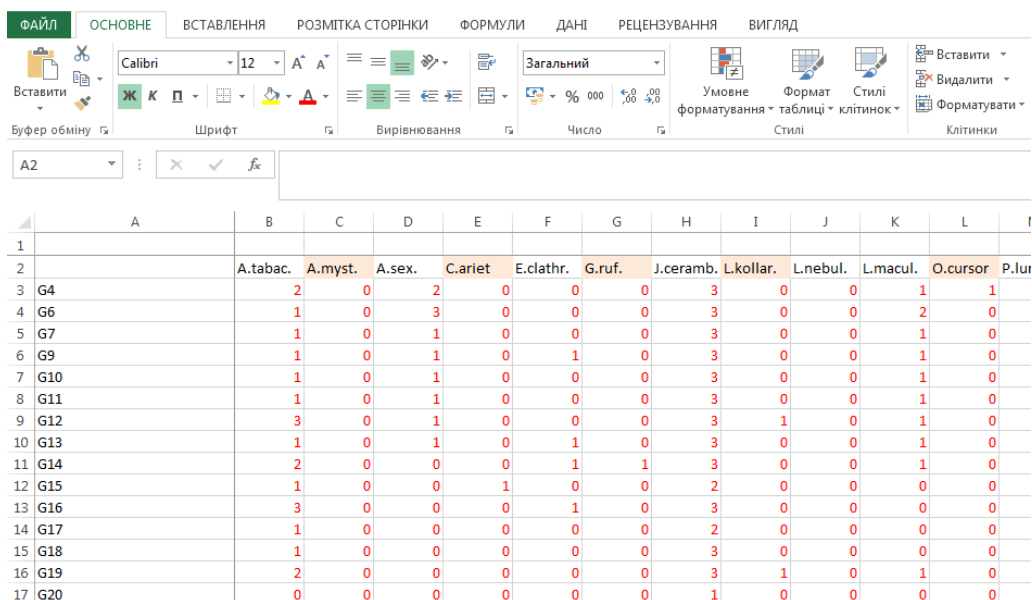
**Завдання:**

1. Вивчити основні статистичні поняття пов'язані із методами канонічного аналізу;
2. Навчитись конструювати та інтерпретувати ординаційні діаграми на конкретних прикладах.

### 1. Терміни і визначення.

*Покрокове виконання канонічного аналізу із використанням менеджерів електронних таблиць та пакету прикладного програмного забезпечення Canoco 2.0 for Windows.*

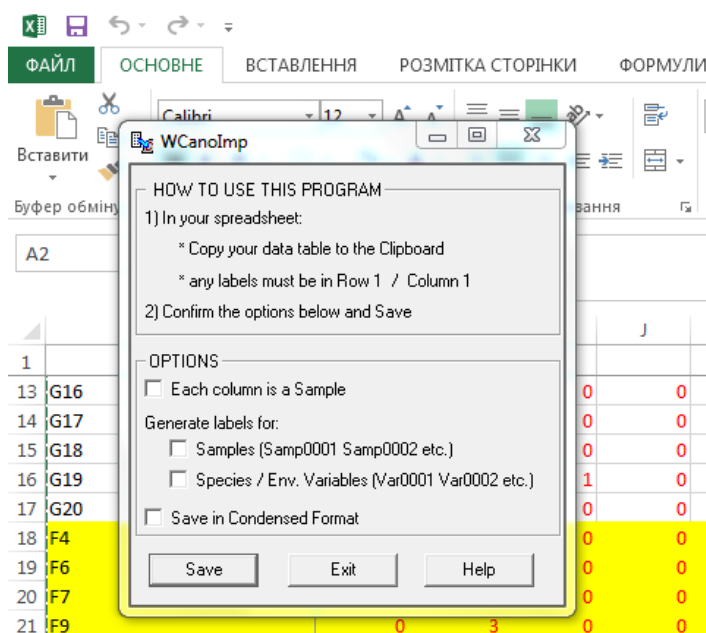
**Крок 1.** Упорядкування даних емпіричних досліджень з використанням менеджера електронних таблиць, наприклад, пакету MS Excel 2016. Емпіричні дані зводимо до двох матриць: 1) залежність дослідна ділянка (екосистема) – види; 2) залежність дослідна ділянка (екосистета) – екологічна змінна (біотичний/абіотичний чинник). Кожну із матриць закодуємо у 4-бальній системі: 0 – відсутність зв'язку між емпіричними даними; 1 – наявний слабкий зв'язок; 2 – наявний зв'язок середньої сили; 3 – наявний добре виражений зв'язок. Дані зводимо у дві окремі матриці, приклади яких наведені нижче:



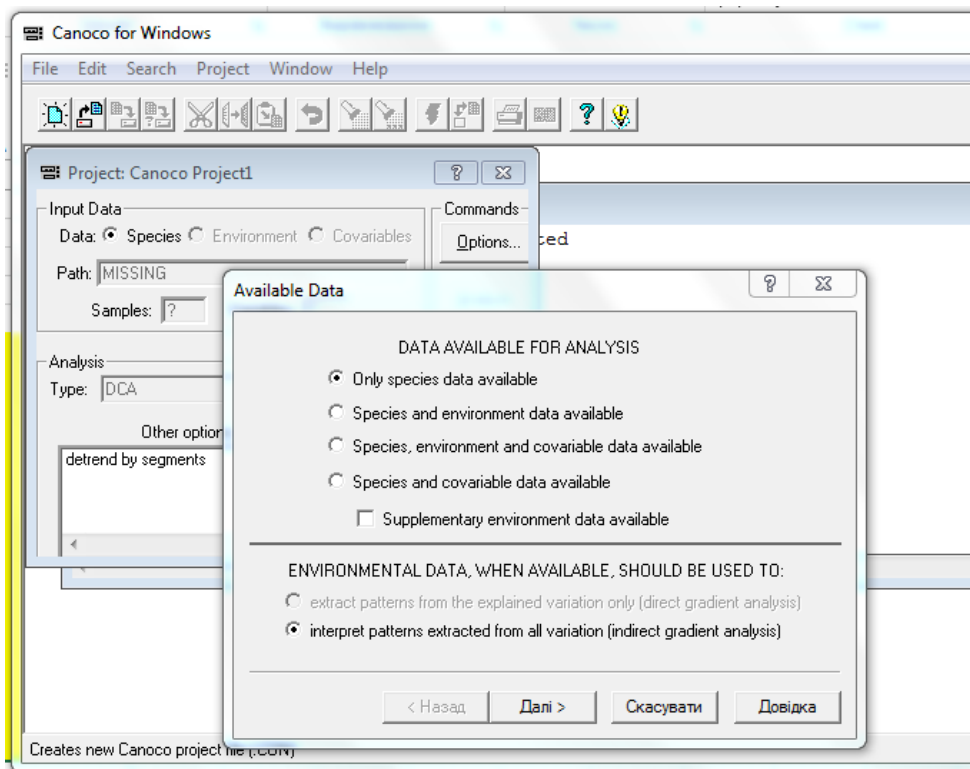
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		A.tabac.	A.myst.	A.sex.	C.ariet	E.clathr.	G.ruf.	J.ceramb.	L.kollar.	L.nebul.	L.macul.	O.cursor	P.lur
3 G4		2	0	2	0	0	0	3	0	0	1	1	
4 G6		1	0	3	0	0	0	3	0	0	2	0	
5 G7		1	0	1	0	0	0	3	0	0	1	0	
6 G9		1	0	1	0	1	0	3	0	0	1	0	
7 G10		1	0	1	0	0	0	3	0	0	1	0	
8 G11		1	0	1	0	0	0	3	0	0	1	0	
9 G12		3	0	1	0	0	0	3	1	0	1	0	
10 G13		1	0	1	0	1	0	3	0	0	1	0	
11 G14		2	0	0	0	1	1	3	0	0	1	0	
12 G15		1	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	
13 G16		3	0	0	0	1	0	3	0	0	0	0	
14 G17		1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	
15 G18		1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	
16 G19		2	0	0	0	0	0	3	1	0	1	0	
17 G20		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
36		Slope	Altitude	Exp.deg.	Temp.	LightTrn	Cnp.opn.	LAI	
37	G4	0	2	2	3	3	3	3	
38	G6	2	2	2	2	3	3	3	
39	G7	2	2	2	2	2	2	2	
40	G9	2	3	2	1	3	3	2	
41	G10	0	3	1	1	2	1	2	
42	G11	0	1	1	3	3	3	3	
43	G12	1	2	2	3	3	3	3	
44	G13	0	3	3	2	3	3	2	
45	G14	0	3	3	3	3	3	2	
46	G15	1	3	3	1	3	3	2	
47	G16	1	1	2	2	2	2	3	
48	G17	0	2	3	2	3	3	3	
49	G18	1	2	3	3	3	3	3	
50	G19	0	2	2	3	2	3	2	
51	G20	0	2	3	1	3	3	3	

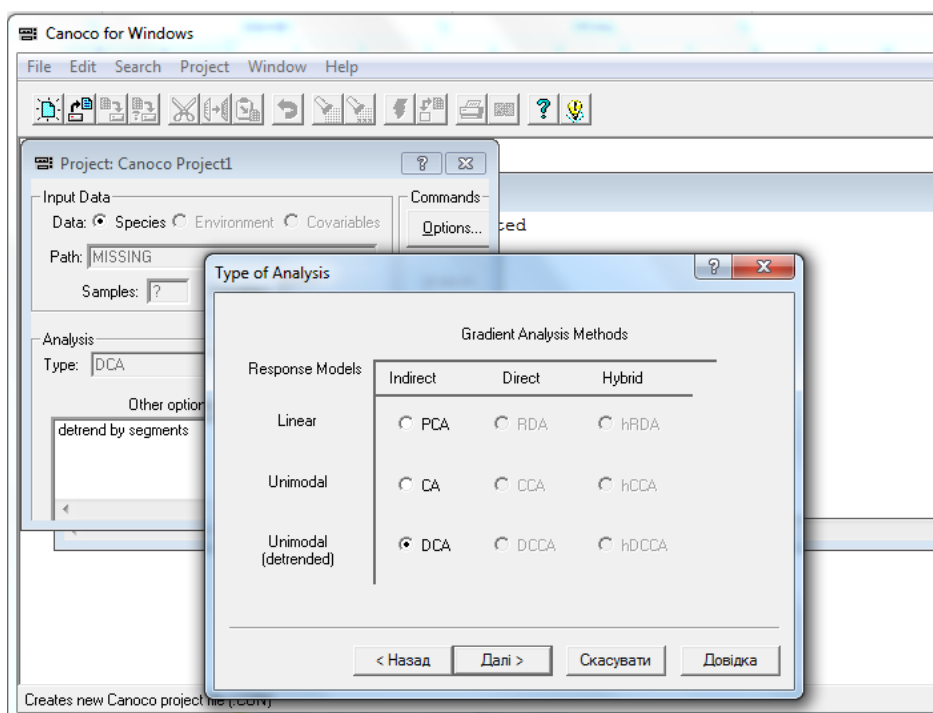
**Крок 2.** Скопіювати у буфер обміну першу матрицю й запустити додаток імпорту даних WcanoImp із пакету Canoco for Windows й зберегти файл (натисніть "Save") у визначену папку на жорсткому диску комп'ютера. Аналогічно, імпортувати другу матрицю. Файлу першої програми присвоїти назву "види", а другому – "екозмінні".

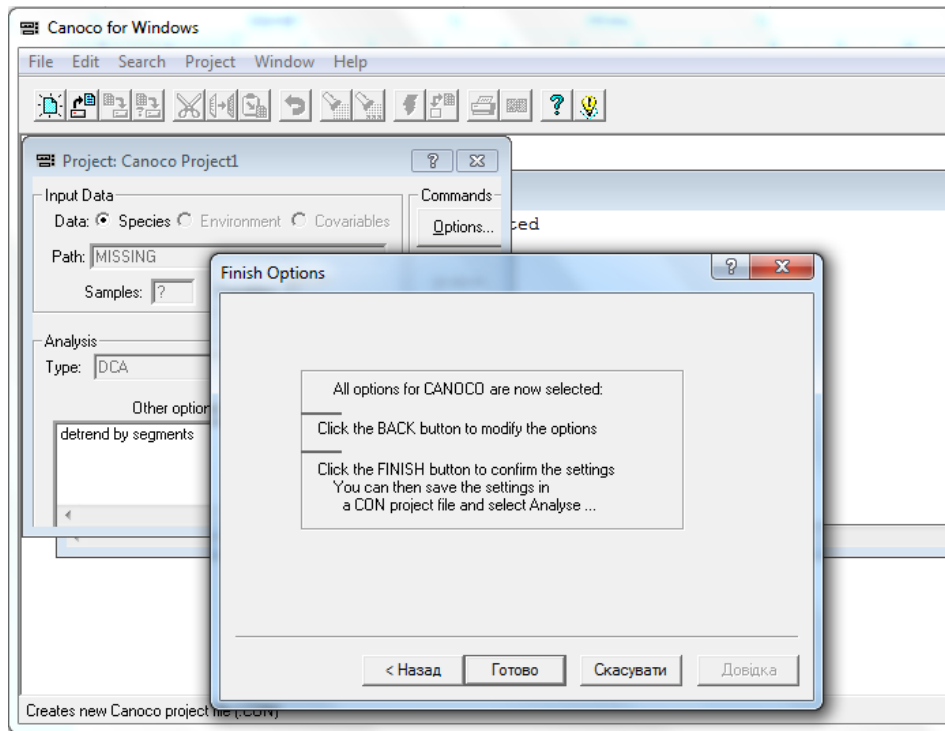


**Крок 3.** Запустити додаток Canoco for Windows для аналізу даних. Вибрати у контекстному меню пункт "Новий Аналіз" ("New Analysis"), а у діалоговому вікні "доступні дані" – пункт "види і екологічні змінні доступні" ("Species and environmental data available") і натисніть кнопку далі.

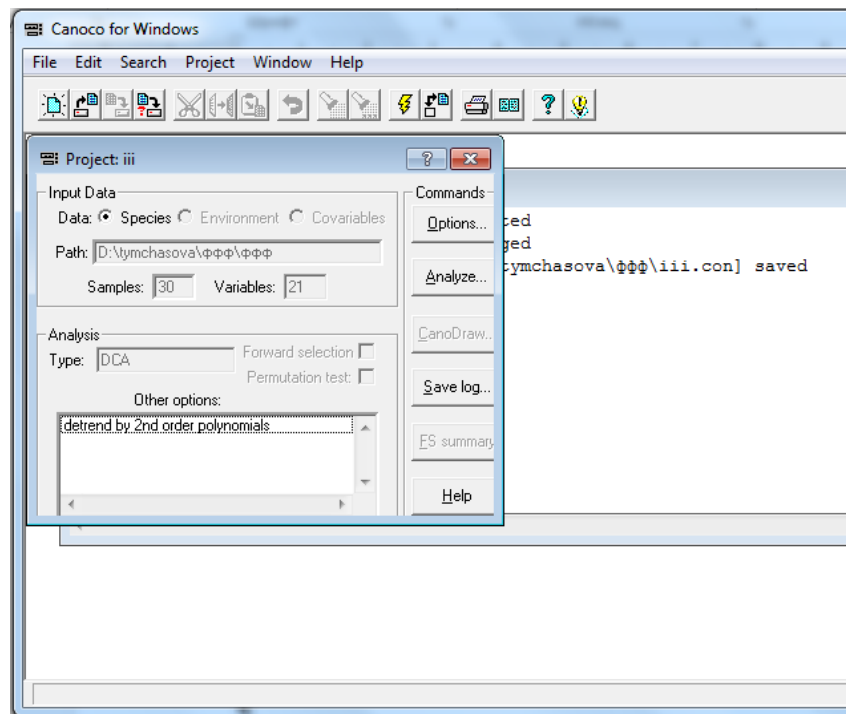


**Крок 4.** У новому діалоговому "Тип аналізу" вибираємо пункт ССА (кореспонденційний канонічний аналіз) і натискаємо клавішу "Далі". Відтак, обираємо необхідність трансформації даних, тип зв'язування, тип виведення даних. При необхідності вказуємо кількість пермутацій у тесті Монте-Карло, а також вилучення даних із аналізу. Коли усі параметри аналізу обрано натискаємо клавішу "Готово"





**Крок 5.** У новому діалоговому вікні натискаємо клавішу "Аналізувати" ("Analyze...") і отримуємо матрицю із результатами аналізу, яка включає дані кореляційного зв'язування між даними, а також зв'язування із додатковими осями екологічних змінних (чинників). Результати аналізу зберегти у вибрану папку на жорсткому диску комп'ютера.



**Крок 6.** Запустити додаток CanoDraw для графічного виведення результатів аналізу. За результатами ССА побудувати ординаційну діаграму.





**Таблиця 8.2.** Залежність між дослідними пробами і екологічними чинниками

	temperature	sum active temperatures	duration of warm period	precipitation	duration of snow cover	thickness of snow cover	depth of soil freezing	humidity of air	sun shining	sun energy	sun radiation balance	vegetation period	altitude
Sample 1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	2
Sample 2	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	2
Sample 3	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	2
Sample 4	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	2
Sample 5	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	2
Sample 6	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	2
Sample 7	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	2
Sample 8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Sample 9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Sample 10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Sample 11	1	1	1	3	3	3	1	1	1	1	1	1	3
Sample 12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
Sample 13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
Sample 14	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
Sample 15	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	1

## **Рекомендована література**

Bruce Mc Cune, James B. Grace 2002. Analysis of Ecological Communities. - Glenden Beach. Oregon, 300.

Cajo J. E. ter Braak and Piet E. M. Verdonschot 1995. Canonical correspondence analysis and related multivariate methods in aquatic ecology. Birkhuser Verlag, Basel, 289.

Leps Jan and Smilauer Petr 2003. Multivariate Analysis of Ecological Data using Canoco. – New York, Cambridge University Press, 269.

Neyeloff et al. 2012. Meta-analyses and Forest plots using a microsoft excel spreadsheet: step-by-step guide focusing on descriptive data analysis BMC Research Notes, 5: 52.

Гланц С. 1998. Медико-биологическая статистика. Пер. с англ., М., Практика, 459 с.